УДК 378.16.2

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MATHCAD В КАЧЕСТВЕ СРЕДСТВА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ БУДУЩЕГО ВЫПУСКНИКА

Зубкова Ю.А., к.ф.-м.н., преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин,
Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, Пенза, Россия
yul.zubkova.86@mail.ru
Рузляева Ю.С., к.п.н., преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин,
Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, Пенза, Россия
zgila@yandex.ru
Кабина С.В., преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин,
Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, Пенза, Россия
kabina210777@mail.ru

Аннотация. В работе рассматриваются возможности применения системы компьютерной математики MathCAD при формировании готовности выпускника высшего учебного заведения к профессиональной деятельности. Выделены основные элементы грамотного использования систем компьютерной математики, в частности MathCAD, такие как суть математических понятий, правила их образования, логико-алгоритмическая структура математических процедур. На примере неопределенных интегралов рассмотрены затруднения, которые могут возникнуть у неопытного пользователя системы.

Ключевые слова: информационные технологии, MathCAD, обучение математике, неопределенный интеграл.

USING MATHCAD AS A MEANS FORMING THE PROFESSIONAL COMPETENCIES OF THE FUTURE GRADUATES

Zubkova Yu. A., candidate of mathematical and physical sciences, teacher of the department of general professional disciplines, Russia, Penza, Federal State – Owned «Logistic Military Educational Institution named after general A.V. Khrulov» of the Ministry of Defense of the Russian Federation (Penza)
yul.zubkova.86@mail.ru
Ruzlaeva Yu. S., candidate of pedagogical sciences, teacher of the department of general professional disciplines, Russia, Penza, Federal State – Owned «Logistic Military Educational Institution named after general A.V. Khrulov» of the Ministry of Defense of the Russian Federation (Penza)
zgila@yandex.ru
Kabina S. V., teacher of the department of general professional disciplines, Russia, Penza, Federal State – Owned «Logistic Military Educational Institution named after general A.V. Khrulov» of the Ministry of Defense of the Russian Federation (Penza)
kabina210777@mail.ru

Abstract. The paper discusses the possibility of using the computer mathematics system MathCAD are considered in forming the preparedness of a graduate of a higher educational institution for professional activity. The basic elements of the competent use of computer mathematics systems, in particular MathCAD, such as the essence of mathematical concepts, the rules of their formation, the logical and algorithmic structure of mathematical procedures, are singled out. On the example of indefinite integrals, the difficulties that can arise for an inexperienced user of the system.

Keywords: information technology, MathCAD, math training, indefinite integral.

С окончанием высшего учебного заведения выпускник сталкивается с огромным количеством прикладных программных продуктов, предоставляемых ему для решения поставленных перед ним задач. Возникают проблемы выбора наиболее адекватного в конкретной ситуации, удобного для пользователя инструмента, а также безошибочного его использования с верной интерпретацией полученного результата.

Компьютерные системы не идентичны, имеют множество отличий как в интерфейсе, способах представления данных, так и возможных наборах процедур, способах задания информации и представления результата. MathCAD является одной из самых популярных систем для решения математических задач во всех областях знания. Это средство объединяет в одном рабочем документе математический алгоритм решения задач, задаваемого в виде математических формул и символов, с поясняющим текстом и результатами вычислений, отображаемыми в виде символов, чисел, таблиц и графиков. К тому же к преимуществам можно отнести простоту применения и наглядность средств графики [2]. При этом, несмотря на названные удобства пользовательского интерфейса, MathCAD требует от пользователя корректности применения его инструментов.

Система MathCAD позволяет использовать в своей работе практически весь математический аппарат, который используется в инженерных технических сферах деятельности: функции, графики функций, производные функций, пределы функций, интегралы, определители и матрицы и прочее. Каждое из приведенных понятий базируется на теоретическом материале, диктующем правила работы с ним. Пользователю необходимо владеть основополагающими знаниями и идеями системообразования в различных разделах математики:

- приоритет арифметических и функциональных операций;
- идеи непрерывности (пределы функций, определенный интеграл и дискретности) и дискретности (определители и матрицы);
- идея функциональности (функции, производная функции, дифференциальные уравнения).

При этом при рассмотрении некоторых математических понятий может наблюдаться присутствие нескольких основополагающих идей, так в в понятии «сумма числового ряда» присутствует и идея дискретности (отдельные члены ряда), и идея непрерывности (предел частичных сумм ряда).

Кроме того система MathCAD является алгоритмизированным продуктом, при ее использовании необходимо четко придерживаться алгоритмов ее использования.

В итоге можно выделить две составляющие, присущие понятию «грамотный пользователь» пакета математизированных программ, в частности MathCAD:

- обладание целостным предметным мировоззрением, осознанием сути работы с различными математическими понятиями;
- логико-алгоритмическая культура, необходимая для без вариативного четкого задания последовательности шагов алгоритма.

Следует понимать, что разделение этих составляющих весьма условное, так как развитие логических и алгоритмических возможностей является основой для усвоения сути математических понятий и идей, так как математическое знание невозможно без правил математической логики и четкого следования логическим процедурам.

Если в результате обучения выпускник сумеет овладеть этими двумя составляющим, он будет готов к грамотному использованию любого пакета математизированных программ на качественном уровне, сможет критически оценивать результаты работы программы, выполнять верификацию и валидацию результатов исследования.

Для обеспечения готовности будущего выпускника к грамотному использованию систем компьютерной математики, в частности MathCAD, обучение должно быть направлено на формирование необходимых компетенций, связанных с выявлением сути математических понятий, правил их образования, логико-алгоритмической структуры математических процедур.

Рассмотрим на примере неопределенных интегралов затруднения, которые могут возникнуть у неопытного пользователя системы MathCAD. Особенностью любой не свободно распространяемой компьютерной системы является закрытость ее кодов, таким образом, пользователь может только догадываться каким образом та или иная система находит аналитические решения.

Рассмотрим интеграл [1] № 2105 от тригонометрической функции.

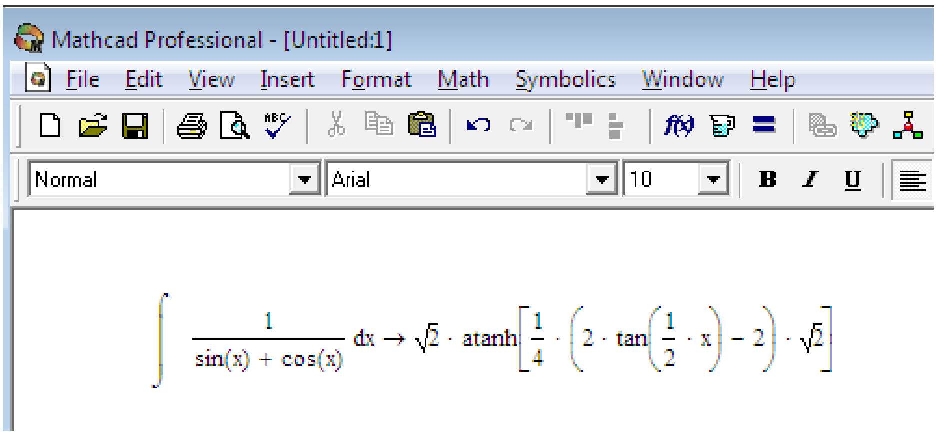


Рис. 1 Результат работы программы.

Получаемый с гиперболическим арктангенсом ответ приводит в замешательство начинающего пользователя, в курсе обучения которого не предусмотрено изучение гиперболических функций, что делает невозможным их применение для большинства обучающихся.

Возьмем интеграл из [1] № 2121 от тригонометрической функции. MathCAD в этом случае выдает громоздкий результат. Функция «simplify» результат не улучшает.

$$\int \frac{1}{(\sin(x))^2+(\tan(x))^2}\,dx \to \frac{1}{4}\cdot\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)-\frac{1}{\left(4\cdot\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\right)}-\frac{1}{16}\cdot\sqrt{2}\cdot\ln\left[\frac{\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)^2+\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}+1\right)}{\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)^2-\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}+1\right)}\right]-$$

$$-\frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}\cdot\operatorname{atan}\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}+1\right)-\frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}\cdot\operatorname{atan}\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}-1\right)-\frac{1}{16}\cdot\sqrt{2}\cdot\ln\left[\frac{\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)^2-\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}+1\right)}{\left(\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)^2+\tan\left(\frac{1}{2}\cdot x\right)\cdot\sqrt{2}+1\right)}\right]$$

Рис. 2 Вид громоздкого результата для интеграла от тригонометрической функции.

Здесь перед пользователем возникает проблема предварительного анализа предлагаемого интеграла с целью получения более компактного и понятного решения. Для решения данного интеграла сделаем несколько тригонометрических преобразований:

$$\int\frac{dx}{\sin^2 x+tg^2 x}=\int\frac{dx}{\sin^2 x\cdot\left(2+tg^2 x\right)}=-\int\frac{d(ctgx)}{\left(2+\frac{1}{ctg^2 x}\right)}$$

$$\int\frac{1}{2+\frac{1}{t^2}}\,dt \to \frac{1}{2}\cdot t-\frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}\cdot\operatorname{atan}\left(t\cdot\sqrt{2}\right)$$

Рис. 3. Результат в компактной форме

В таком виде ответ понятен даже начинающему пользователю:

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x + tg^2 x} = -\int \frac{d(ctgx)}{\left(2 + \frac{1}{ctg^2 x}\right)} = -\left(\frac{1}{2} ctgx - \frac{1}{4}\sqrt{2} arctg\left(\sqrt{2} tgx\right)\right) + C$$

При интегрировании трансцендентных функций, например № 2221 из [1], затруднений может не возникнуть:

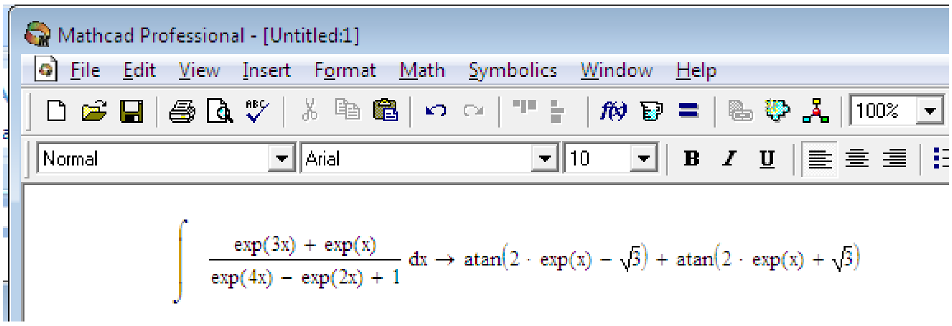


Рис. 4. Интеграл от трансцендентной функции без особенностей.

В случае же решения задачи $\int \frac{1}{1 + e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{3}} + e^{\frac{x}{6}}} dx$ полученный результат может вызвать недоумение у неподготовленного пользователя, так как ответ получен в комплексной форме.

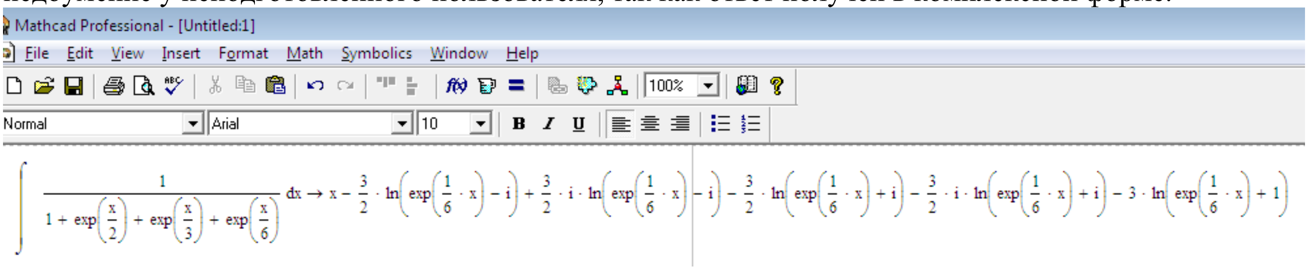


Рис. 5. Интеграл от трансцендентной функции с комплексными числами.

С целью получения удобоваримого решения, преобразуем подынтегральную функцию таким образом, чтобы ответ был представлен только элементарными функциями.

$$\int \frac{1}{1 + e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{3}} + e^{\frac{x}{6}}} dx = \left| \begin{array}{l} t = \exp\left(\frac{x}{6}\right), \\ x = 6\ln t, \\ dx = \frac{6dt}{t} \end{array} \right| = \int \frac{6dt}{t\left(1 + t^3 + t^2 + t\right)} = \int \frac{6dt}{t(1+t)\left(1+t^2\right)}$$

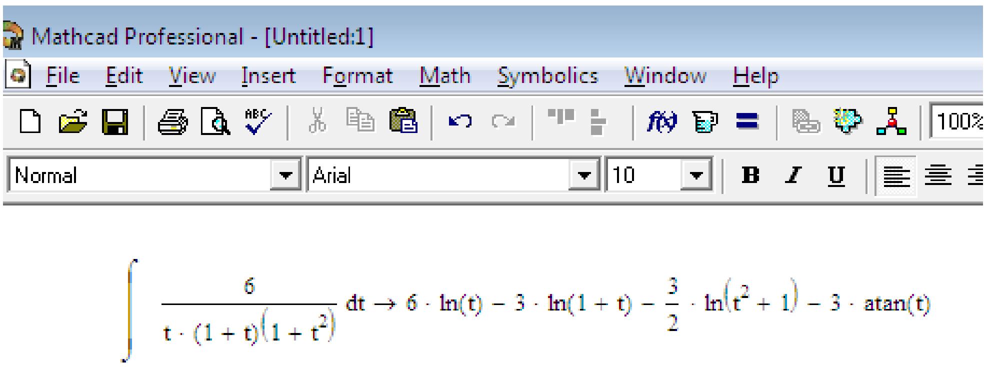


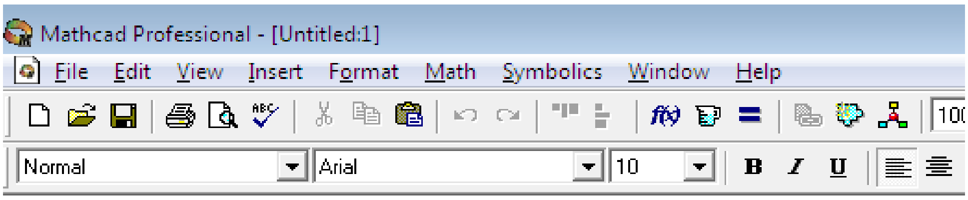
Рис. 6 Результат в компактной форме

В некоторых ситуациях MathCAD выдает результат не в полном виде или совершенно не дает его. В этом случае затруднения возникают не при интерпретации полученного результата у пользователя, а в ситуации невозможности разрешить задачу программой. Часто такие отказы случаются при интегрировании разного рода иррациональностей. Рассмотрим интегрирование дифференциальных биномов трех типов:

1) № 2077 из [1]

При непосредственном использовании система MathCAD решение получает, но как и в ранее рассмотренных случаях, его вид сложен для интерпретации неподготовленным пользователем. Используя подстановку $x = t^3$

$$\int x^{-1}\left(1+x^{\frac{1}{3}}\right)^{-3} dx = \left| \begin{matrix} x = t^3 \\ dx = 3t^2 dt \end{matrix} \right| = \int \frac{3t^2 dt}{t^3(1+t)^3} = \int \frac{3dt}{t(1+t)^3}$$



$$\int \frac{3}{t\cdot(1+t)^3}\, dt \rightarrow 3\cdot\ln(t) + \frac{3}{\left[2\cdot(1+t)^2\right]} + \frac{3}{(1+t)} - 3\cdot\ln(1+t)$$

Рис. 7 Результат в компактной форме

2) Интеграл вида $\int \frac{x}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}dx$ программа MathCad игнорирует сразу.

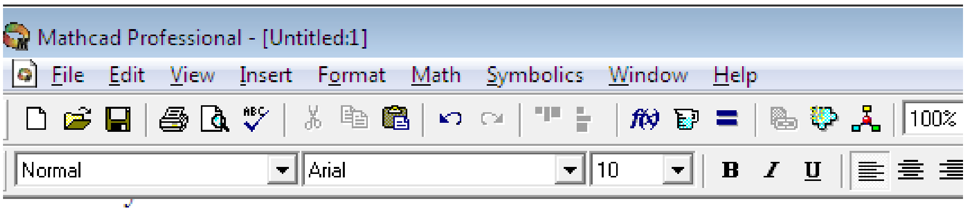
$$\int \frac{x}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}\, dx \rightarrow \int \frac{x}{\sqrt{\left(1+\sqrt[3]{x^2}\right)}}\, dx$$

Рис. 8 MathCAD не смог выполнить интегрирование.

Однако после подстановки $t = \sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}$ она легко справляется с преобразованным интегралом:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}} = \left|\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}} = t\right| = 3\int \left(t^2-1\right)^2 dt$$

3) № 2088 из [1]



$$\int \sqrt[3]{x\cdot\left(1-x^2\right)}\, dx \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot x^2\cdot\frac{\left(-1+x^2\right)}{\left[\left(x^3-x\right)^2\right]^{\left(\frac{1}{3}\right)}} - \int \frac{-1}{3}\cdot\frac{x}{\left[\left(x^3-x\right)^2\right]^{\left(\frac{1}{3}\right)}}\, dx$$

Рис. 9 MathCAD выполнил интегрирование не полностью.

Как видим, задания такого типа MathCAD делает только наполовину, поэтому необходимо применить общеизвестную подстановку для дифференциального бинома $x^{-2}-1=t^{3}$.

$$\int \sqrt[3]{x(1-x^2)}dx = \left|x^{-2}-1=t^3\right| = -3\int \frac{t^3dt}{\left(t^3+1\right)^2}$$

$$-3\cdot\int \frac{t^3}{\left(t^3+1\right)^2}\,dt \rightarrow \frac{-1}{(3\cdot(1+t))} - \frac{1}{3}\cdot\ln(1+t) + \frac{1}{6}\cdot\ln\left(t^2-t+1\right) - \frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\operatorname{atan}\left[\frac{1}{3}\cdot(2\cdot t-1)\cdot\sqrt{3}\right] - \frac{1}{3}\cdot\frac{(-t-1)}{\left(t^2-t+1\right)}$$

Рис. 10 Результат интегрирования.

Таким образом, основываясь на вышеизложенном, выделим основные трудности, с которыми встречается начинающий пользователь:

1) ответ может содержать специальные функции как встроенные в систему (функции Бесселя, гамма-функция, интеграл вероятности и др.), так и ряд функций, дополнительно определенных при загрузке символьного процессора (интегральные синус и косинус, интегралы Френеля, эллиптические интегралы и др.)

2) в некоторых случаях MathCAD не справляется со стандартными справочными примерами. Надо помнить, что символьный процессор системы MathCAD обладает заметно урезанной библиотекой функций и преобразований (в сравнении с библиотекой системы Maple V). Поэтому часто система не находит решение в замкнутом виде, хотя оно и приводится в справочнике. Тогда система повторяет введенное выражение или сообщает об ошибке.

3) часто решение получается слишком громоздким и требует дополнительной работы над его сокращением или иного подхода к решению

4) бывает решение приводится частично

При этом найденные недостатки для профессионала превращаются в преимущества для образовательного процесса, позволяют задействовать творческие способности обучающихся, отрабатывать модели реальных жизненных ситуаций, в которых приходится часто додумывать и доопределять условия той или иной задачи.

С целью решения возникающих перед обучающимся проблем, ему приходится анализировать ситуацию, использовать сильные стороны программы, избегая слабых. Можно убедиться, что проблем с дробно-рациональными функциями у MathCAD не возникает, поэтому перед решением интеграла его следует рационализировать, используя разнообразные подстановки. Кроме того, следует внимательно следить за совпадением областей определения подынтегральной функции и результата.

Итак, любая система компьютерной математики, позволяет освободить исследователя от рутинной работы, но не отменяет его контроля за правильностью постановки задачи и анализа полученных результатов.

Литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие / Г.Н. Берман. - СПб.: Лань, 2016. - 492 с.

2. Дьяконов В. Mathcad 2001: учебный курс; СПб: Питер - Москва, 2001. - 624 с.